報告課題 数学Ⅰ 2次方程式と2次不等式 第5回 (R8)

Ⅰ. (教科書P.109参照)

・まずは因数分解してみよう。できなければ、解の公式を用いましょう。

(1) $x^2-2x-8=0$

$(x+2)(x-4)=0$ $\quad x=-2, 4$ $\quad$ 1 ア

(2) $3x^2-8x+4=0$

$(3x-2)(x-2)=0$ $\quad x=\frac{2}{3}, 2$ $\quad$ 2 イ

(3) $2x^2-3x-1=0$

$x=\frac{3\pm\sqrt{3^2-4\cdot2\cdot(-1)}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{9+8}}{4}=\frac{3\pm\sqrt{17}}{4}$ 3 ケ

(4) $x^2+6x+3=0$

$x=\frac{-6\pm\sqrt{6^2-4\cdot3}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{36-12}}{2}=\frac{-6\pm\sqrt{24}}{2}$

$=\frac{-6\pm\sqrt{4\times6}}{2}=\frac{-6\pm2\sqrt{6}}{2}=-3\pm\sqrt{6}$ 4 オ

Ⅱ. (教科書P.111参照)

・x軸との共有点とは、この関数とx軸($y=0$)との交点のことであり、この関数$=0$の解のこと。

(1) $y=x^2-3x-4$.

$x^2-3x-4=0$

$(x+1)(x-4)=0$ $\quad$ 5 ウ

$x=-1, 4$

(2) $y=-x^2-7x+3$

$-x^2-7x+3=0$ $\quad$ 6 オ

$x^2+7x-3=0$

$x=\frac{-7\pm\sqrt{7^2-4\cdot1\cdot(-3)}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{49+12}}{2}=\frac{-7\pm\sqrt{61}}{2}$

Ⅲ. (教科書 P. 114 参照)

2次方程式の実数解の個数は2次方程式の判別式と関係している

$ax^2+bx+c=0$ の判別式(D)は $D=b^2-4ac$

$D>0$ ---> 異なる2つの実数解をもつ

$D=0$ ---> 1つの実数解をもつ

$D<0$ ---> 実数解をもたない

(1) $25x^2-20x+4=0$

$D=(-20)^2-4\cdot25\cdot4=400-400=0$ [7] イ

$25x^2-20x+4$ はこれ以上因数分解できる

$25x^2-20x+4=(5x-4)^2=0$

$x=\frac{4}{5}$

(2) $2x^2+x+6=0$

$D=1-4\cdot2\cdot6=1-48=-47<0$ [8] ア

(3) $3x^2-x-1=0$

$D=(-1)^2-4\cdot3\cdot(-1)=1-(-12)=13>0$ [9] ウ

Ⅳ. （教科書 P.116 参照）

・x軸との共有点とは $y=0$ とおいたときの解のこと.

・2次関数のグラフとx軸との共有点の個数は
$y=0$ とおいたときの 判別式 から求めることができる

(1) $y=5x^2-x+1$

$5x^2-x+1=0$

$D=(-1)^2-4\cdot5\cdot1=1-20=-19$

$D<0$ なので実数解をもたない　10 ウ

(2) $y=x^2-2kx+k^2$

$x^2-2kx+k^2=0$

$D=(-2k)^2-4\cdot k^2=4k^2-4k^2=0$

$D=0$ なので 1つの実数解をもつ　11 イ

$x^2-2kx+k^2$ は以下のように因数分解できる

$x^2-2kx+k^2=(x-k)^2=0$

$x=k$

(3) $y=3x^2-kx-2$

$3x^2-kx-2=0$

$D=(-k)^2-4\cdot3\cdot(-2)=k^2+24$

$D>0$ なので異なる2つの実数解をもつ　12 エ

V. (教科書 P.117 参照)

$$\begin{cases} y = x^2 - 6x + k \\ y = -x \end{cases}$$

(1) 放物線のグラフがx軸と異なる2点で交わるとは、放物線の関数が0のとき、異なる2つの実数解持つということである
すなわち、判別式(D)が正ということ

$D = (-6)^2 - 4k > 0$

$36 - 4k > 0$

$9 - k > 0$

$9 > k$.

13 エ

(2) $k = 4$ のときの放物線と直線の共有点とは
$x^2 - 6x + 4 = -x$ としたときの実数解のこと

$x^2 - 6x + 4 = -x$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x-1)(x-4) = 0$

$\therefore x = 1, 4$

14 ウ

(3) 放物線と直線の共有点がないとは
$x^2 - 6x + k = -x$ としたときの実数解がない.
すなわち、判別式 $D < 0$ ということ

$x^2 - 6x + k = -x$

$x^2 - 5x + k = 0$

$D = (-5)^2 - 4k < 0$

$25 - 4k < 0$

$25 < 4k$

$k > \frac{25}{4}$

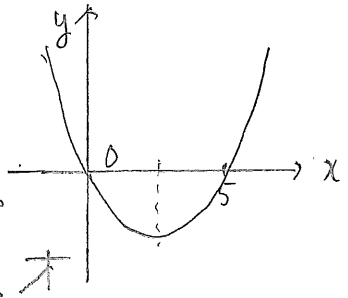
15 ク

Ⅵ、（教科書．P.118～P.122 参照）

(1) $x^2-5x<0$

$x^2-5x=x(x-5)<0$

$y=x^2-5x$ のグラフは右図のようになる。



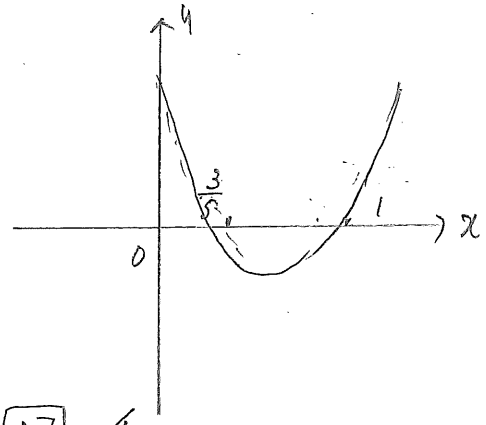
$x^2-5x<0$ となるのは $0<x<5$ 16 オ

(2) $5x^2-8x+3\geqq 0$

$(5x-3)(x-1)\geqq 0$

$y=5x^2-8x-3$ のグラフは

右図のようになる



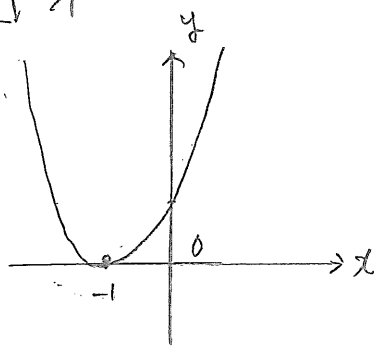
$5x^2-8x+3\geqq 0$ となるのは

$x\leqq \frac{3}{5}$, $x\geqq 1$ 17 イ

(3) $x^2+2x+1>0$

$x^2+2x+1=(x+1)^2$

$y=(x+1)^2$ のグラフは右図のようになる



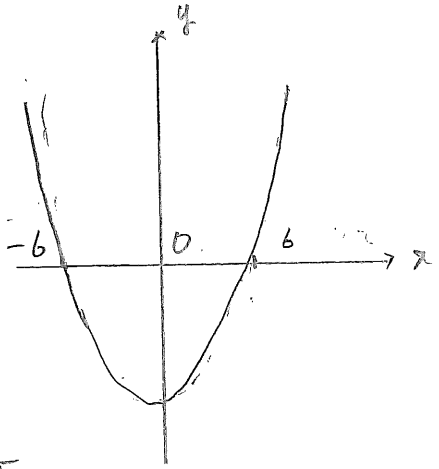
$(x+1)^2$ は -1 以外のときに常に正となる 18 ク

(4) $x^2>36$

$x^2-36>0$

$(x+6)(x-6)>0$

$y=x^2-36$ のグラフは右図のようになる。



$x^2-36>0$ となるのは

$x<-6$, $x>6$ 19 エ

(5) $3x^2+5x+4<0$

$3x^2+5x+4=0$ とおく

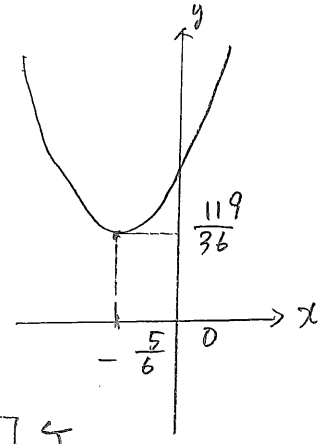
$D=5^2-4\cdot3\cdot4=25-48=-13<0$

判別式が負なので 実数解をもたない

$y=3x^2+5x+4=3(x^2+\frac{5}{3}x)+4$

$=3(x+\frac{5}{6})^2+4-(\frac{5}{6})^2=3(x+\frac{5}{6})^2+\frac{119}{36}$

$y=3x^2+5x+4$ のグラフは右図のようになる



20 ケ

(6) $9x^2-6x+1\leqq0$

$9x^2-6x+1=0$ とおく

$D=(-6)^2-4\cdot9\cdot1=36-36=0$

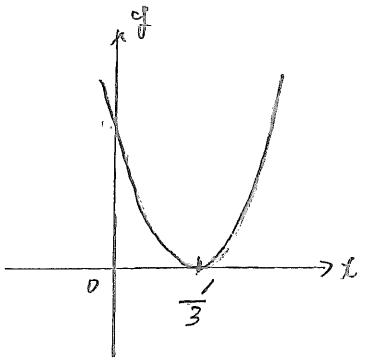
判別式が0なので1つの実数解をもつ

$9x^2-6x+1=(3x-1)^2=0$

$x=\frac{1}{3}$

$y=9x^2-6x+1$ のグラフは右図のようになり

$x=\frac{1}{3}$ のとき $y=0$, $x=\frac{1}{3}$ 以外では y は常に正



21 ア

(7) $2x^2+x-5\leqq0$

$2x^2+x-5=0$ とおく

$D=1-4\cdot2\cdot(-5)=1+40=41>0$

判別式が正なので異なる2つの実数解を

もつ

$x=\frac{-1\pm\sqrt{41}}{4}$

$y=2x^2+x-5$

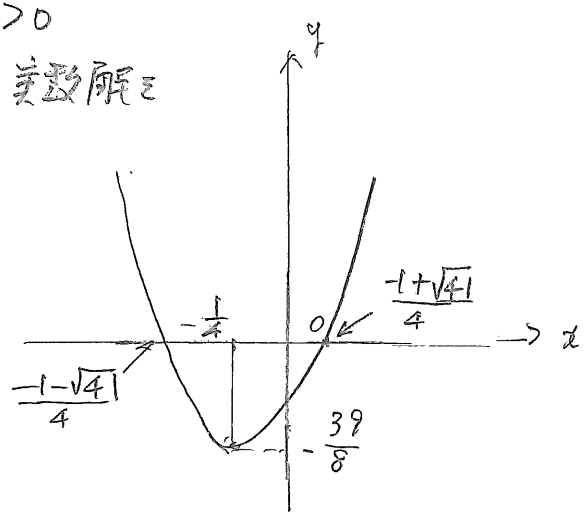
$=2(x^2+\frac{x}{2})-5$

$=2(x+\frac{1}{4})^2-5+2\cdot(\frac{1}{4})^2$

$=2(x+\frac{1}{4})^2-\frac{78}{16}$

$=2(x+\frac{1}{4})-\frac{39}{8}$

グラフは右図のようになる



22 ウ

(8) $-x^2+18x-81 \leqq 0$

$-x^2+18x-81=0$ とおく

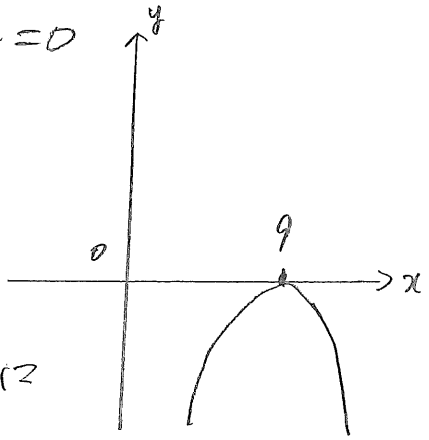
$D = 18^2-4\cdot(-1)\cdot(-81) = 324-324=0$

判別式が0なので1つの重解をもつ

$-x^2+18x-81 = -(x^2-18x+81)$

$= -(x-9)^2 = 0$

$x=9$



$y=-x^2+18x-81$ のグラフは右図のようになり、$x=9$ のときに $y=0$、$x=9$ 以外では y は常に負になる

従ってこの不等式の解は $x=9$ 23 カ

(9) $x^2-x+4>0$

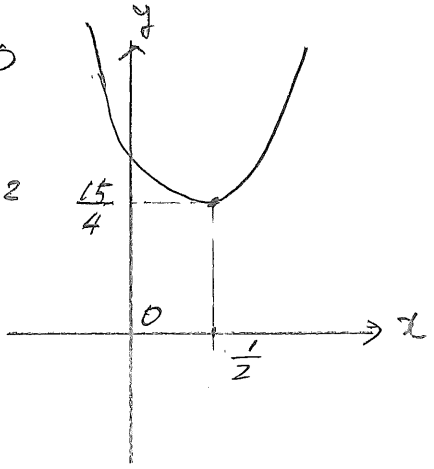
$x^2-x+4=0$ とおく

$D=(-1)^2-4\cdot4\cdot1=1-16=-15<0$

判別式が負なので実数解をもたない

$y=x^2-x+4=(x-\frac{1}{2})^2+4-(\frac{1}{2})^2$

$=(x-\frac{1}{2})^2+\frac{15}{4}$



この実数のグラフは右図のようになり常に正である。

つまり、全ての実数について正である 24 キ

Ⅶ.（教科書 P.123参照）

2次不等式の解がすべての実数である場合：

2次不等式のグラフは右図のようになる



つまり、このグラフのx軸と共有点を
もたないので、2次不等式を2次
方程式に直す接えたときの判別式が
負となる

(1) $x^2+6x+3k>0$

$x^2+6x+3k=0$ とおく

$D=6^2-4\cdot 3k=36-12k<0$

$3-k<0$

$k>3$ 25 3

(2) $x^2+kx+4>0$

$x^2+kx+4=0$ とおく

$D=k^2-4\cdot 4=k^2-16<0$

$k^2-16=(k+4)(k-4)<0$

$-4<k<4$ 26-1 4 26-2 4

Ⅷ.（教科書 P.123参照）

$x^2-2kx+1=0$

(1) 判別式 $D=(-2k)^2-4\cdot 1\cdot 1=4k^2-4$

27 4 28 4

(2) 異なる2つの実数解をもつ

$D=4k^2-4>0$

$4k^2-4=k^2-1=(k+1)(k-1)>0$

$k<-1,\ k>1$ 29 1

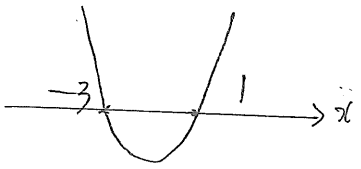
IX. (教科書 P. 124 参照)

(1) $\begin{cases} x^2+2x-3<0 \\ 3x+6<0 \end{cases}$

$x^2+2x-3=(x-1)(x+3)<0$

この不等式の解は

$-3<x<1$ ... ①



$3x+6<0$

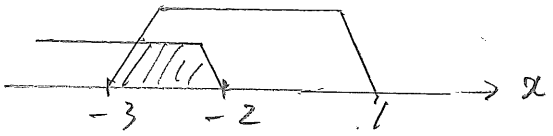
$3x<-6$

この不等式の解は

$x<-2$ ... ②

①および②から

求める解は



$-3<x<-2$

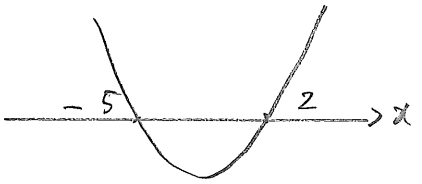
30-1 3 30-2 2

(2) $\begin{cases} x^2+3x-10 \leqq 0 \\ x^2-2x-3 \geqq 0 \end{cases}$

$x^2+3x-10=(x-2)(x+5) \leqq 0$

この不等式の解は

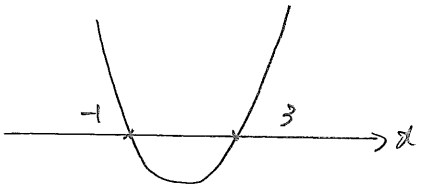
$-5 \leqq x \leqq 2$ ---①



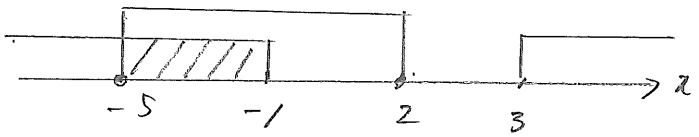
$x^2-2x-3=(x+1)(x-3) \geqq 0$

この不等式の解は

$x \leqq -1$, $x \geqq 3$ ---②



①, ② より求める解は



$-5 \leqq x \leqq -1$

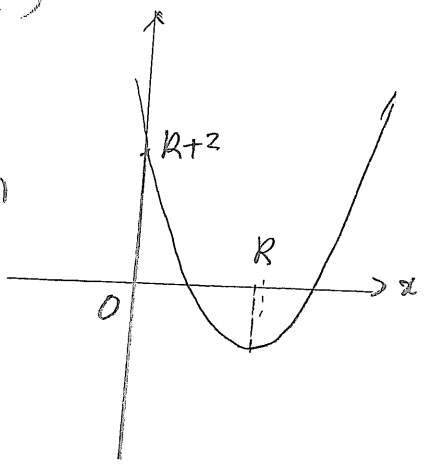
31-1 5 31-2 1

X. (教科書 P.126 参照)

$y = x^2 - 2kx + k + 2$

$= x^2 - 2kx + k^2 - k^2 + k + 2$

$= (x - k)^2 + (-k^2 + k + 2)$



(1) 異なる2つの正の解をもつ

この場合のグラフの形は右図のようになる

① x軸と異なる2点で交わるので

判別式 $(D) > 0$

$D = (-2k)^2 - 4(k+2) > 0$

$4k^2 - 4k - 8 > 0$

$k^2 - k - 2 > 0$

$(k+1)(k-2) > 0$

この不等式を解くと

$k < -1,\ k > 2$ ----①

② 頂点の x 座標は正

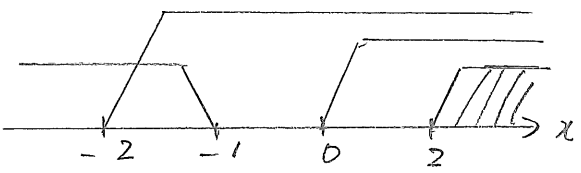
$\therefore\ k > 0$ ------②

③ 異なる2つの正の解をもつので

$x = 0$ のとき $y > 0$

$k + 2 > 0$

$\therefore\ k > -2$ ----③

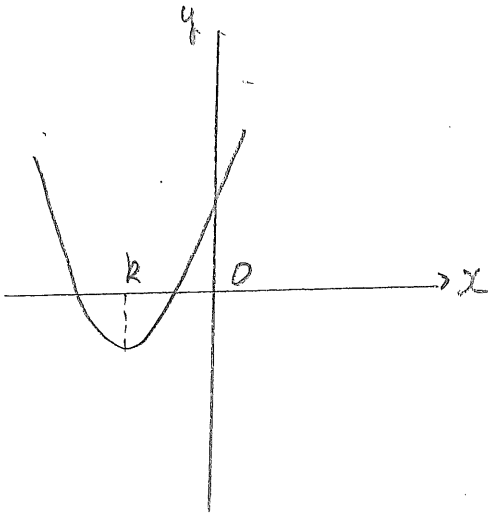


①, ②, ③ より

求める k の値の範囲は

$k > 2$ 32 2

(2) 異なる2つの負の解をもつ



この場合のグラフは右図のようになる

① x軸と異なる2点で交わる
判別式 $(D)>0$

$D=(-2k)^2-4(k+2)>0$

$4k^2-4k-8>0$

$k^2-k-2>0$

$(k+1)(k-2)>0$

この不等式を解くと

$k<-1,\ k>2$ ---- ①

② 頂点のx座標は負

$\therefore k<0$ ---- ②

③ 異なる2つの負の解をもつのは

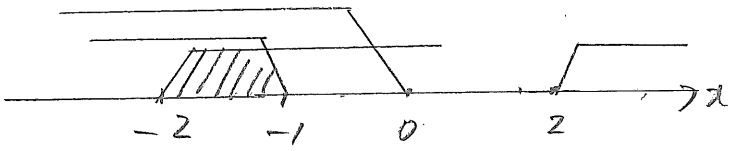
$x=0$ のとき $y>0$

$k+2>0$

$\therefore k>-2$ ---- ③

①、②、③より

求めるkの値の範囲は

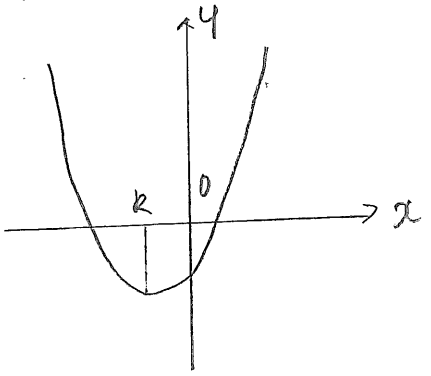


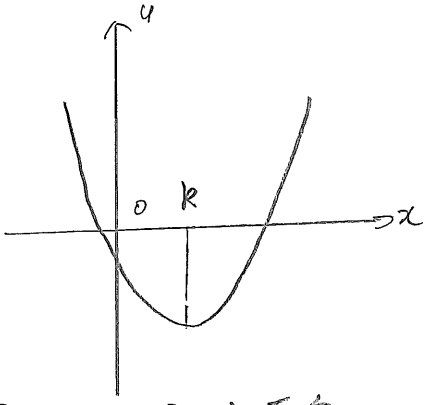
$-2<k<-1$

33-1 2　33-2 1

(3) 異なる正と負の解を1つずつもつ

この場合のグラフは下図の2つのパターンがある





∴頂点のx座標は正、負の2パターンある

① x軸と異なる2点で交わるので

判別式 $(D)>0$

$D=(-2k)^2-4(k+2)>0$

$4k^2-4k-8>0$

$k^2-k-2>0$

$(k+1)(k-2)>0$

この不等式を解くと

$k<-1,\ k>2$ --- ①

② 異なる正・負の解を1つずつもつので

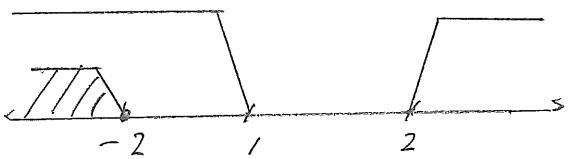
$x=0$ のとき $y<0$

$k+2<0$

$\therefore k<-2$ --- ②

①・②より

求めるkの値の範囲は



$k<-2$

34 2